Тема урока: Текстовые задачи на движение

Цели:

Обучающая: научить применять полученные на уроках знания по решению текстовых задач из ОГЭ разного вида и разного уровня сложности; научить распознавать типы задач на движение; систематизировать и обобщать теоретические знания по данной теме; разобрать различные способы решения задач на движение по воде и на суше.

Развивающая: создать условия для развития познавательного интереса к математике как науке, творческой и мыслительной деятельности обучающихся, также для развития логического мышления; формировать математическую речь, вырабатывать умения сравнивать и анализировать.

Воспитательная: развивать аккуратность, трудолюбие, воспитывать инициативность, добросовестное отношение к учёбе.

Ход урока

Этапы урока:

1 Организационный момент.

2. Введение нового материала.

3. Решение задач.

4. Домашнее задание и итоги урока.

Деятельность учителя:

-Сегодня мы с Вами познакомимся с тем, как решать задачи на движение. Перед тем как мы приступим к решению задач, запишем основные правила и формулы, которые мы должны знать при решении различных задач на движение.

Деятельность учащихся: Слушают учителя, отвечают на вопросы и записывают всё в тетради.

Деятельность учителя:

-При решении задач на движение необходимо знать следующее.

Деятельность учащихся: Записывают всё в тетради.

Деятельность учителя:

1. Задачи на совместное движение двух тел:

1) при движении навстречу друг другу тела сближаются со скоростью $v_1 + v_2$, тогда расстояние, пройденное за время t, равно $S = (v_1 + v_2) \cdot t$.

2) при движении в противоположных направлениях тела удаляются со скоростью равной $v_1 + v_2$.

3) при движении вдогонку тела как сближаются, так и удаляются, поэтому расстояние между ними может увеличиваться так и уменьшаться со скоростью $|v_1 + v_2|$. Расстояния, пройденные этими телами за одно и тоже время, пропорциональны скоростям.

2. Задачи на движение по воде:

1) скорость тела в стоячей воде есть собственная скорость.

2) скорость по течению равна сумме собственной скорости и скорости течения: $v_{\text{по теч.}} = v_{\text{соб.}} + v_{\text{теч.}}$

3) скорость против течения реки равна разности собственной и скорости течения реки: $v_{\text{пр.теч.}} = v_{\text{соб.}} - v_{\text{теч.}}$.

4) сумма скоростей по течению и против течения есть удвоенное произведение собственной скорости: $v_{\text{по теч.}} + v_{\text{пр.теч.}} = 2v_{\text{соб.}}$

5) разность скоростей по течению и против течения есть удвоенное произведение скорости течения реки.

3. Задачи на движение по окружности

-Представьте себе, что два объекта начинают двигаться из одной точки в одном направлении по замкнутой трассе. Через некоторое время один догоняет другого со спины, это значит, чтобы второй догнал первого, он должен сделать ровно на один круг больше, то есть больше на длину замкнутой трассы.

-А в остальном движение по замкнутой трассе ничем не отличается от прямолинейного движения. Значит, работают те же формулы, что и в других

задачах.

1) если тело движется по окружности неизвестной длины, то пройденное расстояние измеряется в угловых градусах.

2) если два тела движутся по окружности в противоположных направлениях, то время между их встречами можно вычислить по формуле: $\frac{2\pi R}{v_1+v_2} = t$, R – радиус окружности, v_1 и v_2 - скорости движущихся тел.

3) если тела движутся в одном направлении (вдогонку) и $v_1 > v_2$, то время между встречами вычисляется по формуле: $\frac{2\pi R}{v_1-v_2} = t$.

-Решим теперь следующие задачи. Запишем условие первой задачи.

Деятельность учащихся: Записывают условие и решение задачи.

Деятельность учителя:

-Мотоциклист проехал расстояние 154 км из Москвы в Ясногорск с постоянной скоростью не останавливаясь. Возвращаясь обратно через два дня, он ехал, не останавливаясь со скоростью на 3км/ч больше и, поэтому на дорогу он потратил на 3ч меньше, чем на дорогу из Москвы. Найдите скорость движения мотоциклиста в Ясногорск.

1 способ решения - арифметический

-Для арифметического способа достаточно вспомнить таблицу умножения, признаки делимости и разложение числа на множители. Из условия нашей задачи известно, что мотоциклист проехал из Москвы в Ясногорск и обратно одинаковые расстояния. Это расстояние определяется, по какой формуле?

Деятельность учащихся:

-$S = v \cdot t$, где v – скорость мотоциклиста в км/ч и t – время движения мотоциклиста в часах, при прохождении расстояния 154 км.

Деятельность учителя:

-Найдём все простые делители числа 154: это числа 2, 7 и 11. Образуем из них два делителя, большие > 3км/ч, то есть разности скоростей движения

мотоциклиста туда и обратно. Для этого перемножим меньшие делители, чтобы осталось два множителя 14 и 11.

-Согласно формуле нахождения расстояния одно из полученных чисел может оказаться скоростью мотоциклиста, а другое – временем его движения. Значит, 11км/ч и 14ч возможные скорость и время движения мотоциклиста в Ясногорск, а 14км/ч и 11ч возможные скорость и время возвращения мотоциклиста в Москву.

-Исходя из полученных данных, проверим теперь выполнение условий задачи. По условию сказано, что мотоциклист, возвращаясь в Москву, ехал, не останавливаясь со скоростью на 3км/ч больше. Имеем, 14км/ч − 11км/ч = =3км/ч. Одно условие выполнено. Мотоциклист затратил на обратный путь в Москву на 3 часа меньше.

-Имеем, что 14ч −11ч = 3ч. Второе условие задачи аналогично выполнено. Следовательно, 11км/ч − скорость мотоциклиста при переезде из Москвы в Ясногорск. Таким образом, мы ответили на главный вопрос задачи.

2 способ решения – алгебраический

Деятельность учителя:

-Что мы обозначим за х?

Деятельность учащихся:

-За х км/ч обозначим скорость движения мотоциклиста из Москвы в Ясногорск.

Деятельность учителя:

-Тогда (х + 3) км/ч – скорость движения мотоциклиста из Ясногорска в Москву.

Составим таблицу:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
Москва-Ясногорск	x	$\frac{154}{x}$	154
Ясногорск-Москва	x + 3	$\frac{154}{x+3}$	154

-Так как время движения на обоих участках отличается на 3 часа, то составим уравнение: $\frac{154}{x} - \frac{154}{x+3} = 3$

-Решая уравнение, мы получаем, какие корни?

Деятельность учащихся:

-$x_1 = -14$, $x_2 = 11$

-Так как скорость – величина неотрицательная, то получаем 11км/ч - ответ на главный вопрос задачи.

Деятельность учителя:

-Решим следующую задачу.

Деятельность учащихся: Записывают условие и решение задачи.

Деятельность учителя:

-Пешеход вышел из пункта M в пункт N, а через 10 минут из M в N выехал мотоциклист. Когда мотоциклист прибыл в пункт N, пешеходу оставалось пройти $\frac{1}{3}$ всего пути. Сколько времени потратил пешеход на весь путь, если известно, что мотоциклист догнал пешехода на половине пути из пункта M в пункт N, а скорости пешехода и мотоциклиста постоянны?

1 способ решения

-Пусть x ч - время движения пешехода из M в N, а y ч - время движения мотоциклиста из M в N. Тогда $\frac{x}{2}$ ч - пешеход затратил на половину пути, что равно $\frac{y}{2} + \frac{1}{6}$. Первое уравнение будет выглядеть следующим образом: $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} + \frac{1}{6}$.

-Так как пройденное расстояние при движении с постоянной скоростью пропорционально времени движения, то в момент, когда мотоциклист прибыл в N, пешеход прошел $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ расстояния от M до N и затратил на это $\frac{2x}{3}$ ч, что равно $(y + \frac{2}{3})$ч.

Второе уравнение выглядит так: $\frac{2x}{3} = y + \frac{1}{6}$.

Решим систему уравнений: $\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{2} + \frac{1}{6} \\ \frac{2x}{3} = y + \frac{1}{6} \end{cases}$

-Решаем её. Какие x и y у вас получились?

Деятельность учащихся: $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{6}$

Деятельность учителя:

-Мы получили, что время движения пешехода из M в N составляет $\frac{1}{2}$ ч.

2 способ решения

-Так как скорости мотоциклиста и пешехода постоянны, то и вторую половину пути мотоциклист проедет на $\frac{1}{6}$ ч быстрее, чем пешеход, то есть на $\frac{1}{3}$ всего пути пешеход затратит $\frac{1}{3}$ от времени, затраченного им на движение от пункта M до пункта N. Тогда $\frac{1}{6}$ ч составляют $\frac{1}{3}$ от времени движения пешехода от пункта M до пункта N, которое составляет $\frac{1}{6} : \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$ ч.

-Запишем теперь ответ.

Ответ: Пешеход потратит на весь путь 2 часа.

Деятельность учащихся: Записывают ответ.

Деятельность учителя:

-Записываем условие следующей задачи.

Деятельность учащихся: Записывают условие и решение задачи.

Деятельность учителя:

-Из пункта M круговой трассы выехал мотоциклист, а через 20 минут вслед за ним выехал автомобилист. Спустя 10 минут после отправления он в 1-ый раз догнал мотоциклиста, а через 20 минут после этого он во 2-ой раз догнал его. Найдите скорость мотоциклиста, если длина всей трассы равна 14 км. Ответ дайте в км/ч.

-*Решим задачу арифметическим способом.*

-Так как автомобилист выехал вслед за мотоциклистом через 20 мин., а 1-ая встреча состоялась через 10 мин. после его отправления, то одно и то же

расстояние от пункта М до места 1-ой встречи мотоциклист проехал за 20 + 10 мин., то есть за 30 мин., а автомобилист - за 10 мин.

Мы получили, что мотоциклист потратил на этот путь в 3 раза больше времени, чем автомобилист: $t_{мотоциклиста} = 3t_{автомобилиста}$.

-Зная, что время и скорость это взаимно обратные величины, получаем, что скорость автомобилиста в 3 раза больше скорости мотоциклиста: $v_{автомобилиста} = 3v_{мотоциклиста}$. И, следовательно, отличаются друг от друга на удвоенную скорость мотоциклиста:

$v_{авт} – v_{мот} = 3\ v_{мот} – v_{мот} = 2\ v_{мот}$.

-По условию задачи, мы знаем, что автомобилист через 20 мин. после встречи догнал мотоциклиста во 2-ой раз, значит, удвоенная скорость мотоциклиста равна отношению длины замкнутой трассы 14 км ко времени 20 м = $\frac{1}{3}$ ч.

$$2v = \frac{14}{\frac{1}{3}} = 14 \cdot 3 = 42; 2v = 42; v = 21 \text{ км/ч}.$$

-Значит, скорость мотоциклиста равна 21 км/ч. Мы ответили на главный вопрос задачи.

-Записываем ответ.

Ответ: 21 км/ч.

Деятельность учащихся: Записывают ответ.

Деятельность учителя:

-Приступим теперь к следующей задаче.

Деятельность учащихся: Записывают условие и решение задачи.

Деятельность учащихся:

-Лодка на путь по течению реки затратила 2ч, а на обратный путь 3ч. Найдите скорость течения реки, если скорость лодки относительно воды 30 км/ч?

1 способ решения

-Пусть *x* км/ч – скорость течения реки. Составим таблицу:

	v км/ч	t (ч)	S (км)
По течению	30 + x	2	2(30 + x)
Против течения	30 - x	3	3(30 – x)

-Так как расстояние пройденное лодкой одинаковое, то мы можем составить следующее уравнение:

2(30 + x) = 3(30 – x); 60 + 2x = 90 – 3x; 2x + 3x = 90 – 60; 5x = 30;

x = 30 : 5; x = 6.

2 способ решения

-Решим задачу с помощью пропорции.

v (км/ч)	t (ч)
30 + x	2
30 – x	3

-При увеличении скорости движения пропорционально уменьшится и время, а это обратно пропорциональная зависимость. Составим пропорцию для обратной зависимости.

$\frac{30+x}{30-x} = \frac{3}{2}$; 2(30 + x) = 3(30 – x); 60 + 2x = 90 – 3x; 2x + 3x = 90 – 60;

5x = 30; x = 30 : 5; x = 6.

-Запишем ответ.

Ответ: 6 км/ч.

Деятельность учащихся: Записывают ответ.

Деятельность учителя:

-Решим следующую задачу.

Деятельность учащихся: Записывают условие и решение задачи.

Деятельность учителя:

-По окружности движутся с постоянными скоростями две точки, длина окружности 1,8 м. При движении в противоположных направлениях они встречаются через каждые 30с. Когда они движутся в одном направлении, то одна точка догоняет другую через каждые 3 минуты. Какова скорость движения каждой точки.

Решение.

-Когда обе точки движутся в разных направлениях, то они обе за 30с проходят всю длину окружности, то есть 1,8 м, так как начинают движение одновременно и встречаются через каждые 30с. Составим таблицу:

	v (м/с)	t (с)	S (м)
1 точка	x	30	$30x$
2 точка	y	30	$30y$

-Теперь мы можем составить первое уравнение на основании того, что обе точки за 30с прошли путь 1,8 м, т.е. $30x + 30y = 1,8$.

-Когда точки движутся в одном направлении, то первая точка догоняет вторую через каждые 3 минуты. Это означает, что за 3 минуты первая точка должна пройти полный круг 1,8 м и ещё столько, сколько успеет пройти за 3 минуты вторая точка, (мы приняли x > y).

Составим вторую таблицу:

	v (м/с)	t (с)	S (м)
1 точка	x	180	$180x$
2 точка	y	180	$180y$

-Составим теперь второе уравнение на основании того, что первая точка за указанное время прошла на 1,8 м больше, чем вторая;

$180x - 180y = 1,8$.

-Таким образом, мы получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 30x + 30y = 1,8, \\ 180x - 180y = 1,8; \end{cases} \quad \begin{cases} 180x + 180y = 10,8, \\ 180x - 180y = 1,8; \end{cases} \quad \begin{cases} 360x = 12,6, \\ 180x - 180y = 1,8; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0,035, \\ y = 0,025. \end{cases}$$

-Записываем ответ.

Ответ: 0,035; 0,025.

Деятельность учащихся: Записывают ответ.

Деятельность учителя:

-Сегодня мы с вами вспомнили, как решать задачи на движение, какие нужно знать формулы.

-Что вы узнали нового на сегодняшнем уроке? Чему научились?

-Что необычного и интересного было на занятиях?

-В каких задачах вы столкнулись с трудностями?

Деятельность учащихся: Отвечают на вопросы учителя и получают на раздаточном материале домашнее задание.

Деятельность учителя:

-Домашнее задание на раздаточном материале:

Задача 1. Из городов Смоленск и Вязьма, расстояние между которыми равно 166 км, выехали одновременно в противоположных направлениях два автомобилиста. Первый автомобилист ехал со скоростью 50 км/ч, а второй – 110 км/ч. Найдите, на каком расстоянии друг от друга будут автомобилисты через 6 часов после отправления?

Решение.

1 способ

1) $50 \cdot 6 = 300(км)$ – расстояние первого автомобилиста
2) $110 \cdot 6 = 660(км)$ – расстояние второго автомобилиста
3) 300+660=960(км) – расстояние двух автомобилистов
4) 960+166=1126(км) – расстояние через 4 часа

2 способ

1) (50+110)=160 (км/ч) – скорость удаления
2) $160 \cdot 6 = 960(км)$ – расстояние двух автомобилистов
3) 960+166=1126(км)

Ответ. 1126 км.

Задача 2. Из одного логова навстречу друг другу выбежало два льва. Скорость первого льва – 35км/ч, а скорость второго льва – 50км/ч. Найдите расстояние между львами, которое будет через 4 часа.

Решение. 1 способ

1) $35 \cdot 4 = 140\ (км)$ - пробежал первый лев
2) $50 \cdot 4 = 200\ (км)$ - пробежал второй лев
3) 140+200=340 (км) - расстояние между львами

2 способ

1) 35+50=85 (км) – скорость удаления льва

2) $85 \cdot 4 = 340$ (км) - расстояние между львами.

Ответ: 340 км.

Задача 3. Круговую беговую дорожку парка Маша пробегает быстрее Светы на 10 минут. Через 20 минут после старта Маша обгоняет Свету впервые. Найдите, за сколько минут Света пробегает круг?

Решение. Алгебраический способ

В условии задачи сказано, что надо найти время движения Светы, поэтому нам нужно ввести переменную t – время, за которое пробегает Света беговую дорожку, выраженное в минутах. В связи с тем, что Маша пробегает круг быстрее Светы на 10 минут, то она пробегает эту дорожку за t – 10 минут. В условии задачи отсутствуют единицы измерения длины, поэтому мы будем принимать длину беговой дорожки за 1единицу. Составим таблицу данных задачи.

	v ед/м	t (м)	S (ед)
Движение Маши	$\frac{1}{t-10}$	(t – 10)	1
Движение Светы	$\frac{1}{t}$	t	1
Движение Маши и Светы	$(\frac{1}{t-10} - \frac{1}{t})$	20	1

Из условия задачи, известно, что Маша впервые обгоняет Свету через 20 минут после старта, следовательно, Света отстаёт от Маши на 1 круг. Значит, согласно формуле движения по окружности в одном направлении время между встречами t:

Время между встречами: $t = \frac{S}{v_1 - v_2}$

Время от старта до встречи 20 минут выразится:

20м = $1 : \left(\frac{1}{t-10} - \frac{1}{t}\right)$ м $= 1 : \frac{10}{t(t-10)}$ м $= \frac{t(t-10)}{10}$ м

Составим уравнение: $\frac{t(t-10)}{10} = 20 \mid \cdot 10$; t(t – 10) = 200; $t^2 - 10t - 200 = 0$;

$t_1 = 20$

$t_2 = -10$ – постороннее решение

Корень уравнения $t = 20$ даёт ответ на главный вопрос задачи. Получили, что Света пробегает беговую дорожку за 20 минут.

Ответ: 20 минут.

Задача 4. Катер проплыл против течения реки 112 км и после стоянки вернулся в пункт отправления, при этом на обратный путь потратила на 6 часов меньше. Скорость течения реки равна 3 км/ч. Найдите скорость катера в неподвижной воде. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Пусть x км/ч - скорость катера в неподвижной воде, тогда (x + 3) км/ч - скорость движения катера по течению, а (x – 3) км/ч – скорость катера против течения. Расстояние и в ту, и в другую сторону одинаково и равно 112 км.

Составим таблицу:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
По течению	x + 3	$\frac{112}{x+3}$	112
Против течения	x - 3	$\frac{112}{x-3}$	112

Вполне понятно, что время на движение катера по течению реки затрачивается меньше. Следовательно, получим следующее уравнение:

$$\frac{112}{x-3} - 6 = \frac{112}{x+3} \mid \cdot (x+3)(x-3);$$

$$112(x+3) - 6(x+3)(x-3) - 112(x-3) = 0;$$

$112x + 336 - 6x^2 + 54 - 112x + 336 = 0$; $-6x^2 + 726 = 0$; $x^2 = 121$.

Данное уравнение имеет два корня: $x_1 = 11$ $x_2 = -11$ (оба этих числа при возведении в квадрат дают 121). Но скорость катера – величина неотрицательная, поэтому скорость катера в неподвижной воде - 11 км/ч.

Ответ: 11 км/ч.

Задача 5. Моторная лодка проходит по течению реки до лодочной станции 120 км и после стоянки возвращается обратно. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде - 16 км/ч, стоянка длится 15 часов, а в пункт отправления лодка возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Пусть x км/ч – скорость течения, тогда (16 + x) км/ч - скорость движения лодки по течению, а (16 – x) км/ч - скорость против течения. Расстояние что туда, что обратно одинаковое и равно 120 км.

Составим следующую таблицу:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
по течению	16 + x	$\frac{120}{16+x}$	120
против течения	16 - x	$\frac{120}{16-x}$	120

В пункт отправления лодка вернулась через 40 часов после отплытия из него. Стоянка длилась 15 часов, следовательно, 25 часов лодка плыла — сначала по течению, затем против. Значит, $t_2 + t_1 = 25$.

Уравнение имеет вид:

$\frac{120}{16+x} + \frac{120}{16-x} = 25 | \cdot (16+x)(16-x)$;

$120(16-x) + 120(16+x) - 25(16+x)(16-x) = 0$;

$1920 - 120x + 1920 + 120x - 6400 + 25x^2 = 0$; $25x^2 - 2560 = 0$;

$x^2 = 1024$.

Это уравнение имеет два корня: $x_1 = 32$ $x_2 = -32$ (оба этих числа при возведении в квадрат дают 1024). Но скорость – величина неотрицательная, поэтому скорость течения - 32 км/ч.

Ответ: 32 км/ч.